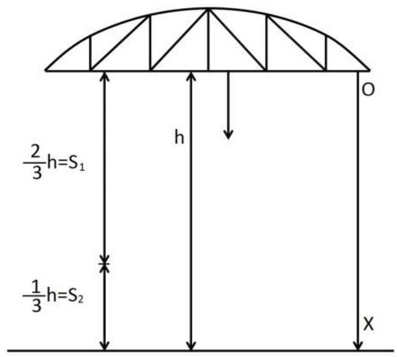
ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2021-2022 УЧ. ГОД
Краткие решения к задачам очного тура
11 класс

Вариант 1

Задание 1.

Дано:	СИ	Решение:
$V_0 = 0$	–	
$S_1 = \frac{2}{3}h$	–	$\frac{2}{3}h = S_1$
$S_2 = \frac{1}{3}h$		$\frac{1}{3}h = S_2$
$t_2 = 1$ с	–	
$g = 10$ м/с^2	–	
	–	
Найти:		
$h-?$		



$$x = x_0 + V_{ox} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot (t_1 + t_2)^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{g \cdot t_1^2}{2} = \frac{2}{3}h$$

$$S_2 = V_{2ox} \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{1}{3}h$$

$$V_{2ox} = g \cdot t_1 \rightarrow S_2 = g \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{1}{3}h$$

т.е. $S_1 = 2 \cdot S_2 \rightarrow \frac{g \cdot t_1^2}{2} = 2 \cdot (g \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2})$

$$\frac{g \cdot t_1^2}{2} = 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot t_2 + g \cdot t_2^2 \rightarrow g \cdot t_1^2 = 4 \cdot g \cdot t_1 \cdot t_2 + 2 \cdot g \cdot t_2^2$$

$$t_1^2 = 4 \cdot t_1 \cdot t_2 + 2t_2^2 \rightarrow t_1^2 = 4 \cdot t_1 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2;$$

$$t_1^2 = 4 \cdot t_1 + 2$$

$$t_1^2 - 4t_1 - 2 = 0 \rightarrow t_{1(1,2)} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm 4{,}899}{2}$$

$t_{1(1)} = \frac{4-4{,}899}{2} = -\frac{0{,}899}{2} = -0{,}4495\ (c) \rightarrow$ не подходит.

$$t_{1(2)} = \frac{4+4{,}899}{2} = 4{,}4495\ (c) \rightarrow t = t_1 + t_2 = 5{,}4495\ (c)$$

$h = \frac{g\cdot t^2}{2} = \frac{10\cdot 5{,}4495^2}{2} = 5\cdot 5{,}4495^2 = 148{,}49\ (\text{м}) \approx 148\ (\text{м})$, т.е. $h = 148\ (\text{м})$.

Ответ: 148

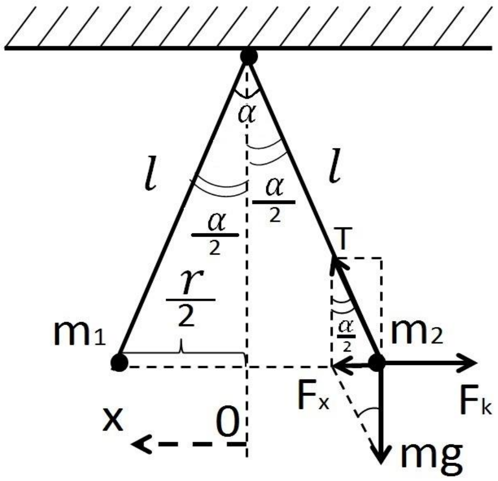
Задание 2.

Дано:	СИ
$m_1 = m_2 = 1$ г	10^{-3} кг
$l = 1$ м	–
$g = 10$ м/с^2	–
$\alpha = 60°$	$\frac{\pi}{3}$ рад
$k = 9\cdot 10^9 \frac{H\cdot m^2}{K_{n^2}}$	–

Найти:

$q-?$

Решение:



r – расстояние между шариками.

$q_1 = q_2 = \frac{1}{2}q$, так как шарики одинаковы.

F_k – сила Кулона.

T – сила натяжения нити.

$$F_x = m\cdot g\cdot tg\frac{\alpha}{2};\ F_k = k\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2};\quad F_x = F_k$$

$$\frac{r}{2} = l\cdot sin\frac{\alpha}{2} \rightarrow r = 2\cdot l\cdot sin\frac{\alpha}{2};\ \frac{\alpha}{2} = \frac{60°}{2} = 30°$$

$$F_k = k\cdot\frac{\frac{1}{2}q\cdot\frac{1}{2}q}{(2\cdot l\cdot sin\frac{\alpha}{2})} = \frac{k\cdot q^2}{16\cdot l^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$F_x = F_k \to m \cdot g \cdot \ tg\frac{\alpha}{2} = \frac{k \cdot q^2}{16 \cdot l^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$q^2 = \frac{m \cdot g \cdot tg\frac{\alpha}{2} \cdot 16 \cdot l^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}{k}$$

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot tg\frac{\alpha}{2} \cdot 16 \cdot l^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}{k}}$$

$q = \sqrt{\frac{10^{-3} \cdot 10 \cdot 0{,}57735 \cdot 16 \cdot 1^2 0{,}5^2}{9 \cdot 10^9}} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-6}$ (Кл) $= 1{,}6$ (мкКл), так как округлить нужно до целого числа мкКл, то $q = 2$ мкКл.

Ответ: 2

Задание 3.

Дано:	СИ	Решение:
$N = 15000$ г	–	Условие главных *max* дифракционной решётки:
$m = 2$ м	–	$d = sin\alpha = m \cdot \ \lambda \to d = \frac{m \cdot \lambda}{sin\alpha}$;
$\lambda = 640$ нм	$6{,}4 \cdot 10^{-7}$ м	$l = d \cdot N = \frac{m \cdot \lambda \cdot N}{sin\alpha}$;
$\alpha = 30°$	$\frac{\pi}{6}$ рад	т.е. $l = \frac{m \cdot \lambda \cdot N}{sin\alpha}$
Найти:		$l = \frac{2 \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-7} \cdot 15000}{0{,}5} = 3{,}84 \cdot 10^{-2}$ (м) $= 3{,}84$ (см)
$l -$?		Так как округлить нужно до целого числа сантиметров, то $l = 4$ см

Ответ: 4

Задание 4.

Дано:	СИ	Решение:
		Так как $\Delta\rho = \frac{\rho \cdot V^{-2}}{2}$, то:
$t_1 = 24°$	297 К	$V = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$
$t_2 = 80°$	353 К	
$\rho_1 = 100000$ Па	–	Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$\rho = 1000\ \frac{кг}{м^3}$	–
Найти: $V - ?$	$$\rho \cdot V = \frac{m}{M}RT$$ $\rho_1 \cdot V = \frac{m}{M}RT_1$ и $\rho_2 \cdot V = \frac{m}{M}RT_2 \to \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_2}{T_1} \to \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$; $\rho_2 = 100000\frac{353}{297} = 18860$ (Па)

$\Delta\rho = 118860 - 100000 = 18860$ (Па)

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 18860}{1000}} = 6{,}14\ \left(\frac{м}{с}\right)$$

Так как округлить нужно до целого числа, то $V = 6\ \frac{м}{с}$

Ответ: 6

Задание 5.

Пусть T – это температура на Земле, T_1 – температура на Луне, g – это ускорение свободного падения на Земле, g_1 – ускорение свободного падения на Луне, 5% - это 0,05. Экспонента, описывающая барометрическую формулу, в показателе имеет $-\frac{\mu g h}{2RT}$. В начале эта величина была равна $\ln(\frac{1}{5})$, потом $\ln(0{,}95)$.

Поэтому $\frac{\frac{g}{T}}{\frac{g_1}{T_1}} = \frac{\ln(\frac{1}{5})}{\ln(0{,}95)}$;

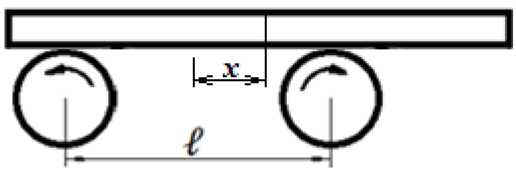
Откуда $\frac{T_1}{T} = \frac{g_1}{g} \cdot \frac{\ln(\frac{1}{5})}{\ln(0{,}95)}$.

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{-1{,}6094}{-0{,}051293}\right) = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot 31{,}377 = 5{,}2294$$

Т.к. окончательный результат необходимо округлить до целого числа, то $\frac{T_1}{T} = 5$.

Ответ: 5

Задание 6.



Рассмотрим динамику доски, у которой центр тяжести сдвинут на x относительно центра системы. Полная сила трения равна μmg при $x = \frac{\ell}{2}$ и равна 0 при $x = 0$.

Следовательно, горизонтальная сила равна $\frac{2\mu mgx}{\ell}$.

Ускорение, с которым движется доска, равна $a = \frac{2\mu g x}{\ell}$.

Поскольку начальной скорости нет, то общее решение для движения описывается формулой $x = x_0 ch(wt)$,

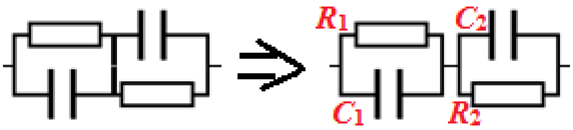
где $w = \left(\frac{2\mu g}{\ell}\right)^{\frac{1}{2}}$. Время движения до потери одной из опор равно $\frac{1}{w}\ln\left(\frac{\ell}{x_0}\right)$.

Среднее время движения описывается по формуле:

$< t >= \left(\frac{1}{\delta w}\right)\int \ln\left(\frac{\ell}{x_0}\right)dx_0 = \left(\frac{1}{w}\right)\ln\left(\frac{\ell e}{\delta}\right)$, где $e = 2{,}7$ и $w = 3$. Подставив исходные данные получим: $< t >= 1{,}1$ с. Т.к. округлить следует до целого числа, то $< t >= 1$ с.

Ответ: 1

Задание 7.



Переведем все исходные данные в СИ. Сопротивления R_1 = 30 кОм = 30000 Ом, R_2 = 50 кОм = 50000 Ом; конденсаторы $C_1 = 2$ нФ$= 2 \cdot 10^{-9}$ Ф, $C_2 = 1$ нФ$= 1 \cdot 10^{-9}$ Ф. Сначала надо найти потенциал в месте расположения амперметра. Для этого мы его сначала уберём (т.к. его сопротивление равно 0), а затем преобразуем цепь как на рисунке. Итак, пусть полное напряжение цепи равно $U \sin \omega t$. Тогда напряжения на 1-м и 2-м участках можно записать как:

$U_1 = A \sin \omega t + B \cos \omega t$

$U_2 = (U - A) \sin \omega t - B \cos \omega t$, т.к. сумма напряжений на участках в любой момент равна полному напряжению.

Токи равны:

$I_{R_1} = \frac{A}{R_1 \sin \omega t} + \frac{B}{R_1 \cos \omega t}$

$I_{R_2} = \frac{(U-A)}{R_2 \sin \omega t} - \frac{B}{R_2 \cos \omega t}$,

$I_{C_1} = - A\omega C_1 \cos \omega t + B\omega C_1 \sin \omega t$

$I_{C_2} = -(U - A)\omega C_2 \cos \omega t - B\omega C_2 \sin \omega t$,

Суммарный ток на 1-м участке равен суммарному току на 2-м участке, из чего мы находим A и B.

Ток, идущий через амперметр равен $I_{C_2} - I_{R_1}$

Сначала находим коэффициенты A и B. $A = 1{,}3139$ и $B = -0{,}064095$. После этого вычисляем силу тока $I = 0{,}000050987$ А. Т.к. нужно выразить окончательный результат в мкА и округлить до целого числа, то получим $I = 51$ мкА.

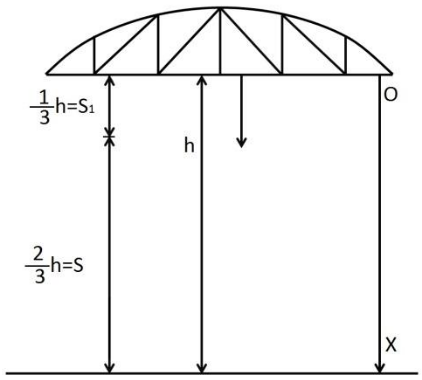
Ответ: 51

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2021-2022 УЧ. ГОД
Краткие решения к задачам очного тура
11 класс

Вариант 2

Задание 1.

Дано:	СИ	Решение:
$V_0 = 0$	–	$\frac{1}{3}h = S_1$
$S_1 = \frac{1}{3}h$	–	$\frac{2}{3}h = S_2$
$S_2 = \frac{2}{3}h$	–	
$t_2 = 1\text{с}$	–	
$g = 10\ \text{м/с}^2$	–	
Найти:		
$h-?$		



$$x = x_0 + V_{ox} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot (t_1 + t_2)^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{g \cdot t_1^2}{2} = \frac{1}{3}h$$

$$S_2 = V_{2ox} \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{2}{3}h$$

$$V_{2ox} = g \cdot t_1 \rightarrow S_2 = g\ \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{2}{3}h$$

т.е. $S_2 = 2 \cdot S_1 \rightarrow 2 \cdot \frac{g \cdot t_1^2}{2} = g \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2}$

$$t_1^2 = t_1 \cdot t_2 + \frac{t_2^2}{2} \rightarrow 2 \cdot t_1^2 = 2 \cdot t_1 \cdot t_2 + t_2^2;$$

$$2 \cdot t_1^2 = 2 \cdot t_1 \cdot 1 + 1^2;$$

$$2t_1^2 = 2t_1 + 1;$$

$$2t_1^2 - 2t_1 - 1 = 0 \rightarrow t_{1(1,2)} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} =$$

$$= \frac{2 \pm 3{,}464}{4}$$

$t_{1(1)} = \frac{2-3{,}464}{4} = -\frac{1{,}464}{4} = -0{,}3660\ (c) \rightarrow$ не подходит.

$$t_{1(2)} = \frac{2+3{,}464}{4} = 1{,}366\ (c) \rightarrow t = t_1 + t_2 = 1{,}366 + 1 = 2{,}366\ (c)$$

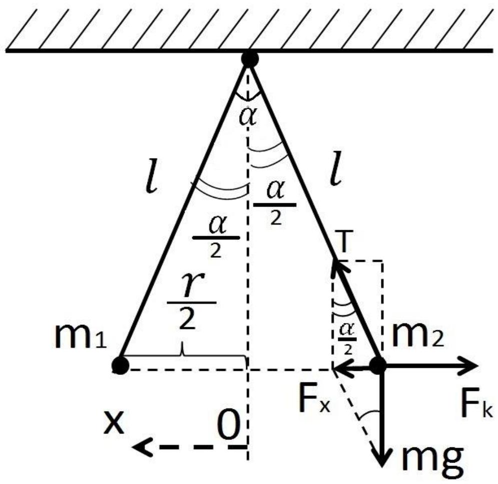
$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{10 \cdot 2{,}366^2}{2} = 5 \cdot 2{,}366^2 = 27{,}99$ (м) ≈ 28 (м), т.е. $h = 28$ (м).

Ответ: 28

Задание 2.

Дано:	СИ
$m_1 = m_2 = 1$ г	10^{-3} кг
$l = 2$ м	–
$g = 10$ м/с^2	–
$\alpha = 60°$	$\frac{\pi}{3}$ рад
$k = 9 \cdot 10^9 \frac{H \cdot m^2}{K_{n^2}}$	–
Найти:	
$q-?$	

Решение:



r – расстояние между шариками.

$q_1 = q_2 = \frac{1}{2} q$, так как шарики одинаковы.

F_k – сила Кулона.

T – сила натяжения нити.

$$F_x = m \cdot g \cdot tg\frac{\alpha}{2};\ F_k = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2};\quad F_x = F_k$$

$$\frac{r}{2} = l \cdot sin\frac{\alpha}{2} \rightarrow r = 2 \cdot l \cdot sin\frac{\alpha}{2};\ \frac{\alpha}{2} = \frac{60°}{2} = 30°$$

$$F_k = k \cdot \frac{\frac{1}{2}q \cdot \frac{1}{2}q}{(2 \cdot l \cdot sin\frac{\alpha}{2})} = \frac{k \cdot q^2}{16 \cdot l^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$F_x = F_k \to m \cdot g \cdot \ tg\frac{\alpha}{2} = \frac{k \cdot q^2}{16 \cdot l^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$q^2 = \frac{m \cdot g \cdot tg\frac{\alpha}{2} \cdot 16 \cdot l^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}{k}$$

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot tg\frac{\alpha}{2} \cdot 16 \cdot l^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}{k}}$$

$q = \sqrt{\frac{10^{-3} \cdot 10 \cdot 0{,}57735 \cdot 16 \cdot 2^2 0{,}5^2}{9 \cdot 10^9}} \approx 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ (Кл) $= 3{,}2$ (мкКл), так как округлить нужно до целого числа мкКл, то $q = 3$ мкКл.

Ответ: 3

Задание 3.

Дано:	СИ
$N = 10000$ г	–
$m = 2$ м	–
$\lambda = 555$ нм	$5{,}55 \cdot 10^{-7}$ м
$\alpha = 30°$	$\frac{\pi}{6}$ рад
Найти:	
$l - ?$	

Решение:

Условие главных *max* дифракционной решётки:

$d = sin\alpha = m \cdot \ \lambda \to d = \frac{m \cdot \lambda}{sin\alpha}$;

$l = d \cdot N = \frac{m \cdot \lambda \cdot N}{sin\alpha}$;

т.е. $l = \frac{m \cdot \lambda \cdot N}{sin\alpha}$

$l = \frac{2 \cdot 5{,}55 \cdot 10^{-7} \cdot 10000}{0{,}5} = 2{,}22 \cdot 10^{-2}$ (м) $= 2{,}22$ (см)

Так как округлить нужно до целого числа сантиметров, то $l = 2$ см

Ответ: 2

Задание 4.

Дано:	СИ
$t_1 = 24°$	297 К
$t_2 = 60°$	333 К
$\rho_1 = 100000$ Па	–

Решение:

Так как $\Delta\rho = \frac{\rho \cdot V^{-2}}{2}$, то:

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$\rho = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	–	$$\rho \cdot V = \frac{m}{M}RT$$
Найти: $V-?$		$\rho_1 \cdot V = \frac{m}{M}RT_1$ и $\rho_2 \cdot V = \frac{m}{M}RT_2 \rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$; $\rho_2 = 100000\frac{333}{297} = 112121$ (Па)

$\Delta\rho = 112121 - 100000 = 12121$ (Па)

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 12121}{1000}} = 4{,}92\ \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Так как округлить нужно до целого числа, то $V = 5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: 5

Задание 5.

Пусть T – это температура на Земле, T_1 – температура на Луне, g – это ускорение свободного падения на Земле, g_1 – ускорение свободного падения на Луне, 5% - это 0,05. Экспонента, описывающая барометрическую формулу, в показателе имеет $-\frac{\mu g h}{2RT}$. В начале эта величина была равна $\ln(\frac{1}{5})$, потом $\ln(0{,}95)$.

Поэтому $\frac{\frac{g}{T}}{\frac{g_1}{T_1}} = \frac{\ln(\frac{1}{5})}{\ln(0{,}95)}$;

Откуда $\frac{T_1}{T} = \frac{g_1}{g} \cdot \frac{\ln(\frac{1}{5})}{\ln(0{,}95)}$.

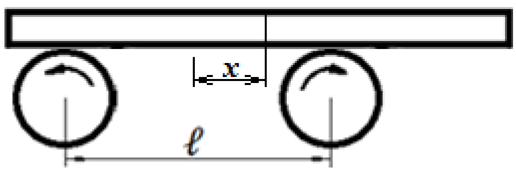
$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{1}{6{,}1}\right) \cdot \left(\frac{-1{,}6094}{-0{,}051293}\right) = \left(\frac{1}{6{,}1}\right) \cdot 31{,}377 = 5{,}1438$$

Т.к. окончательный результат необходимо округлить до целого числа, то $\frac{T_1}{T} = 5$.

Ответ: 5

Задание 6.

Рассмотрим динамику доски, у которой центр тяжести сдвинут на x относительно центра системы. Полная сила трения равна μmg при $x = \frac{\ell}{2}$ и равна 0 при $x = 0$.

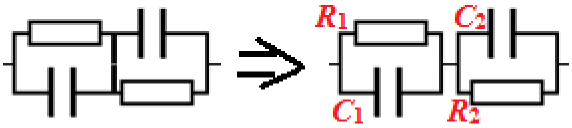


Следовательно, горизонтальная сила равна $\frac{2\mu mgx}{\ell}$.

Ускорение, с которым движется доска, равна $a = \frac{2\mu g x}{\ell}$.
Поскольку начальной скорости нет, то общее решение для движения описывается формулой $x = x_0 ch(wt)$,
где $w = \left(\frac{2\mu g}{\ell}\right)^{\frac{1}{2}}$. Время движения до потери одной из опор равно $\frac{1}{w}\ln\left(\frac{\ell}{x_0}\right)$.
Среднее время движения описывается по формуле:
$< t >= \left(\frac{1}{\delta w}\right)\int \ln\left(\frac{\ell}{x_0}\right)dx_0 = \left(\frac{1}{w}\right)\ln\left(\frac{\ell e}{\delta}\right)$, где $e = 2{,}7$ и $w = 3$. Подставив исходные данные получим: $< t >= 1{,}1$ с. Т.к. округлить следует до целого числа, то $< t >= 1$ с.

Ответ: 1

Задание 7.



Переведем все исходные данные в СИ. Сопротивления R_1 = 50 кОм = 50000 Ом, R_2 = 20 кОм = 20000 Ом; конденсаторы $C_1 = 3$ нФ$= 3 \cdot 10^{-9}$ Ф, $C_2 = 1$ нФ$= 1 \cdot 10^{-9}$ Ф. Сначала надо найти потенциал в месте расположения амперметра. Для этого мы его сначала уберём (т.к. его сопротивление равно 0), а затем преобразуем цепь как на рисунке. Итак, пусть полное напряжение цепи равно $U \sin \omega t$. Тогда напряжения на 1-м и 2-м участках можно записать как:

$U_1 = A \sin \omega t + B \cos \omega t$

$U_2 = (U – A) \sin \omega t – B \cos \omega t$, т.к. сумма напряжений на участках в любой момент равна полному напряжению.

Токи равны:

$I_{R_1} = \frac{A}{R_1 \sin \omega t} + \frac{B}{R_1 \cos \omega t}$

$I_{R_2} = \frac{(U-A)}{R_2 \sin \omega t} - \frac{B}{R_2 \cos \omega t}$,

$I_{C_1} = -A\omega C_1 \cos \omega t + B\omega C_1 \sin \omega t$

$I_{C_2} = -(U - A)\omega C_2 \cos \omega t - B\omega C_2 \sin \omega t$,

Суммарный ток на 1-м участке равен суммарному току на 2-м участке, из чего мы находим A и B.

Ток, идущий через амперметр равен $I_{C_2} - I_{R_1}$

Сначала находим коэффициенты A и B. $A = 2{,}1600$ и $B = -0{,}72000$. После этого вычисляем силу тока $I = 0{,}000058048$ А. Т.к. нужно выразить окончательный результат в мкА и округлить до целого числа, то получим $I = 58$ мкА.

Ответ: 58